

# Examen 8C080 – 2011 – Algoritmen voor BIOMIM

## Biomedische Beeldanalyse

Vrijdag 13 April 2012.

Duur: 1.5 uur

Sleutel (in rood) en antwoorden

### 1. Onder een hoek scannen.

Een CT scanner kan plakjes onder een hoek maken, door de gantry te kantelen (zie figuur 1). Dit kan tot  $\pm 20$  graden kanteling.

De plakken worden dan echter niet in een mooie 3D kubus gescand, maar zoals hieronder (figuur 2, rechts) aangegeven. Dat geeft bij 3D reconstructie uit deze data vervormde en dus incorrecte beelden, zie figuur 2, links.



Figuur 1.

- a. Hoe heet de transformatie die nu op de originele data (de onvervormde patiënt) is toegepast? (2)

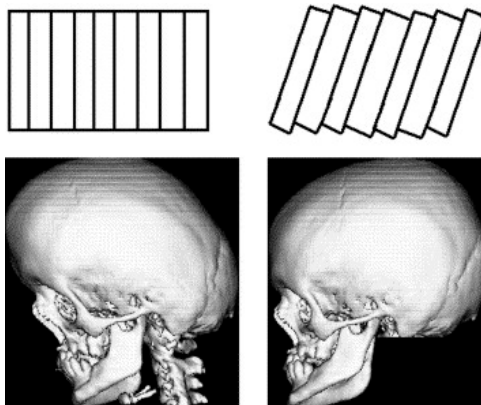
*Het vlak schuin zetten is een rotatie, de verschuiving is een translatie. Voor de vlakken samen als een 3D blok is dit een affiene transformatie (shear).*

- b. Geef de formule van deze 3D transformatie, en geef zelf aan welke richting je als x-, y- en z-as hebt gedefinieerd (maak een tekening). (4)

*De rotatie wordt beschreven met de rotatie matrix, met formule:*

$$\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta z \end{pmatrix}$$

- c. Hoe kunnen we deze beelden wiskundig weer corrigeren tot beelden met een correcte geometrie? (4)











Figuur 2.

*De correctie wordt gedaan door de inverse transformatie toe te passen: eerst een shift  $n \Delta z$  terug voor de  $n^e$  slice, en dan een rotatie  $-\varphi$  draaiing van het blok slices terug.*

## 2. Algoritmen van Photoshop.

Hieronder staan een reeks bewerkte beelden, met het origineel. Geef van elk beeld (a. t/m g.) het algoritme aan dat gebruikt is om dit beeld te maken.

Belangrijk: Beschrijf het algoritme zoveel mogelijk wiskundig. Geef bijv. de formule die een nieuwe coördinaat maakt uit oude, geef de formule van het filter, etc.

 <p><b>L=Origineel</b></p>	 <p><b>a. (1)</b> Rotatie over 180 graden.  <math display="block">\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\pi) &amp; -\sin(\pi) \\ \sin(\pi) &amp; \cos(\pi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}</math></p>
 <p><b>b. (2)</b> Rand detectie.  <math display="block">\text{gradient} = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y}\right)^2}</math></p>	 <p><b>c. (1)</b> Gesuperponeerde ruis. <b>L=L+noise</b></p>
 <p><b>d. (1)</b> Subsampling, bijv. factor 3:  <math display="block">\begin{pmatrix} L(x) \\ L(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L(\text{Floor}(x/3)) \\ L(\text{Floor}(y/3)) \end{pmatrix}</math></p>	 <p><b>e. (1)</b> Uitvergroten. Zoom: <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x \\ 3y \end{pmatrix}</math> en interpolatie.</p>
 <p><b>f. (1)</b> Verlagen contrast: <math>L = L/10</math></p>	 <p><b>g. (2)</b> Spiraal deformatie:</p>

	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(r\varphi) & -\sin(r\varphi) \\ \sin(r\varphi) & \cos(r\varphi) \end{pmatrix}$ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
--	---

### 3. Begrippen.

- a. Wat is **template matching**? (3)

*Template matching is het gebruik van een 2D filter, dat de vorm heeft van (gelijk is aan) wat je zoekt in het beeld.*

- i. Geef ook een voorbeeld waar het in de praktijk gebruikt wordt.

*Voorbeelden: karakter herkenning in schrift, gezichtsherkenning, etc.*

- b. Wat is de **Joint Probability Density Function** van twee even grote 2D beelden? (4)

*De JPDF is een 2D histogram, waarbij de intensiteit van het ene beeld langs de x-as staat, en de intensiteit van het andere beeld langs de y-as. De bins in het 2D histogram geven dus aan hoeveel intensiteitsparen er zijn in het paar van deze beelden.*

Geef een klein numeriek voorbeeld, bijv. met twee door jezelf verzonnen 3x3 of 4x4 beelden.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, JSTP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- i. Geef ook een voorbeeld waar het in de praktijk gebruikt wordt.

Het wordt gebruikt bij het matchen of registreren van 2 beelden.

- c. Wat is de **Point Spread Function**? (3)

*De PSF is de afbeelding door een meetinstrument van een punt, en geeft hiermee de afbeeldingskwaliteit van een meetinstrument weer. Ieder binnenkomend punt wordt met de PSF geconvolveerd, dus het geeft aan hoe onscherp het binnenkomende beeld wordt afgebeeld. De Fourier getransformeerde van de PSF is de Transfer Function.*

- i. Geef ook een voorbeeld waar het in de praktijk gebruikt wordt.

*Bijv. het scannen van een zeer dun draadje met een CT scanner of een ultrasound scanner.*

### 4. Fourier reeks.

Geef de algemene formules voor:

- a. Het berekenen van de coëfficiënten (amplitudes) van de frequenties van het spectrum van een periodiek signaal  $f(x)$ . (6)

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx, \quad b_l = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(lx) dx$$

- b. Het berekenen van de inverse: het weer reconstrueren van het signaal  $f(x)$  uit dit spectrum. (4)

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + \sum_{l=1}^{\infty} b_l \sin(lx)$$